

**ΘΕΩΡΗΤΙΚΟ φροντιστήριο**

Α. Οικονομόπουλος – Κ. Ρούτης  
Κάνιγγος 12, Πλ.Κάνιγγος  
τηλ. 3824659,3830085  
Internet: www.theorhtiko.gr



**ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ**  
**ΗΜΕΡΗΣΙΟΥ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ ΚΑΙ ΕΠΑΛ (ΟΜΑΔΑ Β΄)**  
**ΠΑΡΑΣΚΕΥΗ 25 ΜΑΪΟΥ 2012**  
**ΦΥΣΙΚΗ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ**  
**ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ**

**ΘΕΜΑ Α**

**A1.** → γ

**A2.** → β

**A3.** → γ

**A4.** → γ

**A5.**

**α** → Σωστό

**β** → Σωστό

**γ** → Λάθος

**δ** → Λάθος

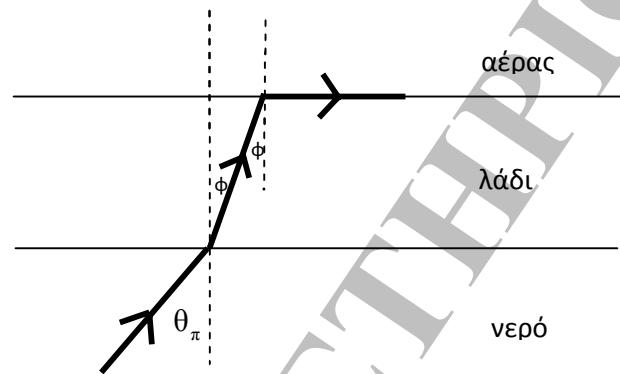
**ε** → Σωστό

## ΘΕΜΑ Β

**B1.** Κρίσιμη γωνία για την μετάβαση από το νερό στον αέρα :

$$\eta\mu\theta_{\text{crit}} = \frac{n_{\text{αέρα}}}{n_{\text{νερού}}} = \frac{1}{n_v} \quad \text{Γωνία πρόσπτωσης}$$

$$\theta_{\pi} = \theta_{\text{crit}}^{\text{v-a}}$$

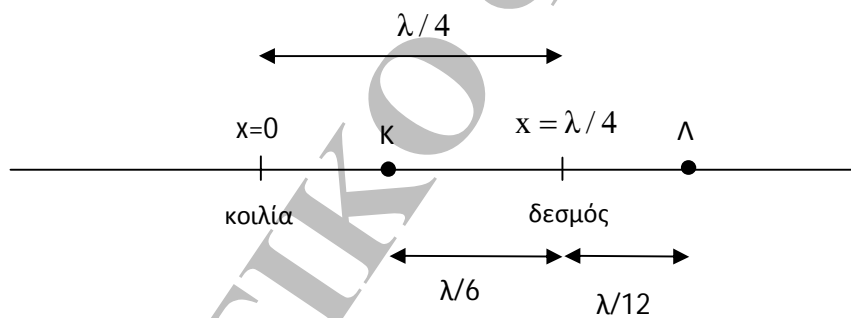


Για την μετάβαση από το νερό στο λάδι ( $n_{\lambda} > n_v$ ) έχουμε διάθλαση, στην οποία σύμφωνα με τον νόμο του Snell :

$$n_v \cdot \eta\mu\theta_{\pi} = n_{\lambda} \cdot \eta\mu\phi \Rightarrow n_v \cdot \frac{1}{n_v} = n_{\lambda} \cdot \eta\mu\phi \Rightarrow \eta\mu\phi = \frac{1}{n_{\lambda}} = \eta\mu\theta_{\text{crit}}^{\lambda-\alpha}$$

Η γωνία πρόσπτωσης στη διαχωριστική επιφάνεια λαδιού- αέρα είναι επίσης  $\phi$  (ως εντός εναλλάξ), επομένως  $\phi = \theta_{\text{crit}}^{\lambda-\alpha} \rightarrow (\gamma)$ .

**B2.**



$$\text{Η απόσταση του K από την κοιλία } x=0 \text{ είναι : } x_K = \frac{\lambda}{4} - \frac{\lambda}{6} = \frac{\lambda}{12}$$

$$\text{Η απόσταση του } \Lambda \text{ από την κοιλία } x=0 \text{ είναι : } x_{\Lambda} = \frac{\lambda}{4} + \frac{\lambda}{12} = \frac{4\lambda}{12} = \frac{\lambda}{3}$$

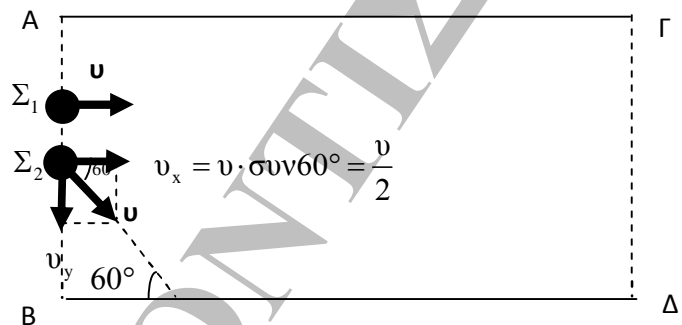
$$|A'_K| = 2A \left| \sin \frac{2\pi x_K}{\lambda} \right| = 2A \left| \sin \frac{2\pi \frac{\lambda}{12}}{\lambda} \right| = 2A \left| \sin \frac{\pi}{6} \right| = 2A \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = A\sqrt{3}$$

$$|A'_\lambda| = 2A \left| \sigma_{\text{υν}} \frac{2\pi x_\lambda}{\lambda} \right| = 2A \left| \sigma_{\text{υν}} \frac{2\pi \frac{\lambda}{3}}{\lambda} \right| = 2A \left| \sigma_{\text{υν}} \frac{2\pi}{3} \right| = 2A \cdot \frac{1}{2} = A$$

$$\text{Επομένως } \frac{v_K}{v_\lambda} = \frac{\omega |A'_K|}{\omega |A'_\lambda|} = \frac{A\sqrt{3}}{A} = \sqrt{3} \rightarrow (\alpha)$$

**B3.**

Αφού η κρούση είναι ελαστική, δεν θα αλλάξει το μέτρο της ταχύτητας  $v$  του  $\Sigma_2$ .



$$\left. \begin{aligned} \Sigma_1 : t_1 &= \frac{A\Gamma}{v} \\ \Sigma_2 : t_2 &= \frac{A\Gamma}{v_x} = \frac{A\Gamma}{\frac{v}{2}} = \frac{2A\Gamma}{v} \end{aligned} \right\} \Rightarrow t_2 = 2t_1 \rightarrow (\alpha)$$

### ΘΕΜΑ Γ

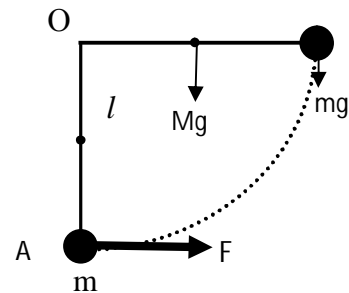
**Γ1.**  $I_{\text{συστ}(0)} = I_{\text{ράβδου}(0)} + m\ell^2$

Θεώρημα Steiner για τη ράβδο :

$$I_{(0)} = I_{\text{cm}} + M \left( \frac{\ell}{2} \right)^2 = \frac{1}{12} M \ell^2 + \frac{M \ell^2}{4} = \frac{M \ell^2}{3}$$

Άρα

$$I_{\text{συστ}(0)} = \frac{1}{3} M \ell^2 + m \ell^2 = \frac{1}{3} M \ell^2 + \frac{M \ell^2}{2} = \frac{5M \ell^2}{6} = \frac{5}{6} \cdot 6 \cdot 0,3^2 \text{ kg} \cdot \text{m}^2 = 0,45 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$



**Γ2.**  $W_F = \tau_F \cdot \theta = F \cdot \ell \cdot \theta = \frac{120}{\pi} \cdot 0,3 \cdot \frac{\pi}{2} \text{ J} = 18 \text{ J}$

Γ3. Θ. Μ. Κ. Ε. :  $K_{\text{τελ}} - K_{\text{αρχ}} = \Sigma W$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} I_{\text{συστ}} \omega^2 - 0 = W_F - Mg \frac{\ell}{2} - mg \ell$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} \cdot 0,45 \omega^2 = 18 - 60 \cdot \frac{0,3}{2} - 30 \cdot 0,3$$

$$\Rightarrow \frac{0,45 \omega^2}{2} = 18 - 9 - 9 \Rightarrow \boxed{\omega = 0}$$

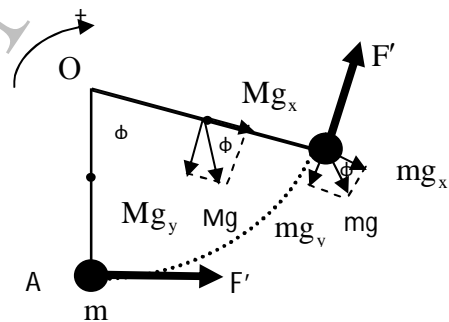
Γ4.

- **1ος τρόπος:** Αν θεωρήσουμε ότι μας ζητά τη μεγιστοποίηση της κινητικής ενέργειας για 1η φορά (τοπικό μέγιστο). Μέγιστη (οριακή) ταχύτητα θα έχει στη θέση όπου:

$$\Sigma \tau_{(0)} = 0 \Rightarrow -F' \cdot \ell + Mg \cdot \eta \mu \phi \cdot \frac{\ell}{2} + mg \cdot \eta \mu \phi \cdot \ell = 0$$

$$\Rightarrow \frac{Mg \eta \mu \phi}{2} + mg \eta \mu \phi = F' \Rightarrow \frac{Mg \eta \mu \phi}{2} + \frac{Mg \eta \mu \phi}{2} = F'$$

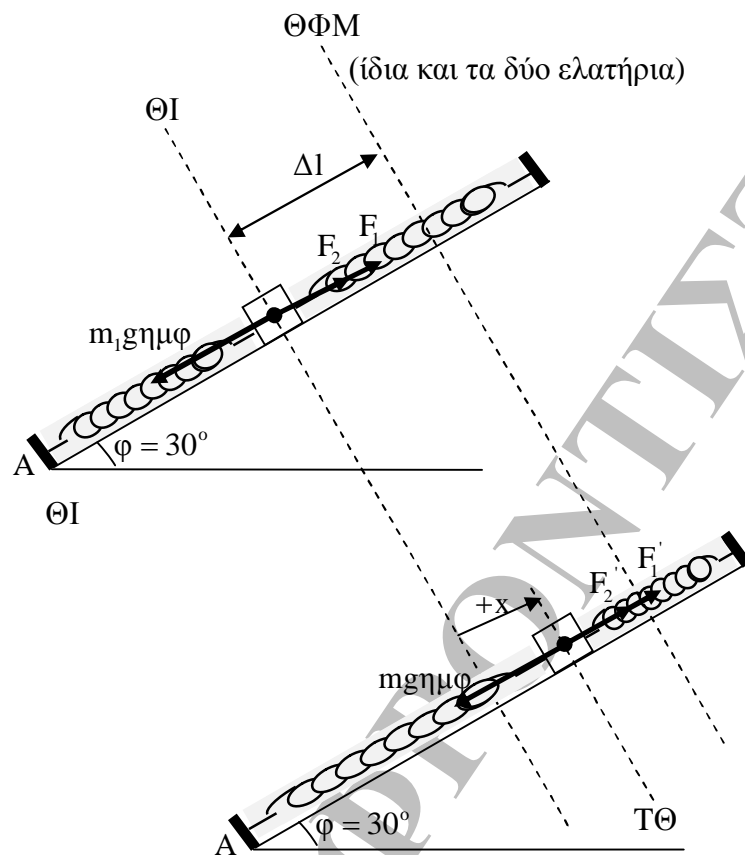
$$\Rightarrow Mg \eta \mu \phi = F' \Rightarrow \eta \mu \phi = \frac{F'}{Mg} = \frac{30\sqrt{3}}{60} = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \phi = 60^\circ$$



- **2ος τρόπος:** Επειδή η δύναμη F προσφέρει διαρκώς ενέργεια στο σώμα και το σώμα κάνει ανακύκλωση: η κινητική ενέργεια αυξάνεται διαρκώς με αποτέλεσμα να μην έχουμε ολικό μέγιστο της κινητικής ενέργειας για  $t \rightarrow \infty$ .

ΘΕΜΑ Δ

Δ1.



✎ Στη Θ.Ι.:  $\Sigma F = 0 \Leftrightarrow F_1 + F_2 = m_1 g \eta \mu \varphi \Leftrightarrow k_1 \Delta l + k_2 \Delta l = m_1 g \eta \mu \varphi$  (1)

✎ Σε μια τυχαία θέση:

$$\Sigma F = F_1' + F_2' - m g \eta \mu \varphi =$$

$$= k_1 (\Delta l - x) + k_2 (\Delta l - x) - m g \eta \mu \varphi =$$

$$= k_1 \Delta l - k_1 x + k_2 \Delta l - k_2 x - m g \eta \mu \varphi =$$

$= -(k_1 + k_2) x$ , που είναι της μορφής  $\Sigma F = -Dx$ , άρα κάνει α.α.τ. με

$$D = k_1 + k_2 = 200 \frac{\text{N}}{\text{m}}$$

$$\Delta 2. \quad (1) \rightarrow \Delta l = \frac{m_1 g \eta \mu \varphi}{k_1 + k_2} = \frac{2 \cdot 10 \cdot \eta \mu 30^\circ}{200} \text{ m} = \frac{20 \cdot \frac{1}{2}}{200} \text{ m} = \frac{1}{20} \text{ m} = 0,05 \text{ m}$$

Αφού στη ΘΦΜ ήταν ακίνητο (ΑΘ), το πλάτος είναι  $A = \Delta l = 0,05 \text{ m}$

$$t = 0 \rightarrow x = \Delta l = +A$$

$$x = A \eta \mu(\omega t + \varphi_0) \Leftrightarrow A = A \eta \mu \varphi_0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \left. \begin{array}{l} \eta \mu \varphi_0 = 1 \\ 0 \leq \varphi_0 < 2\pi \end{array} \right\} \rightarrow \varphi_0 = \frac{\pi}{2}$$

$$D = m_1 \omega^2 \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{D}{m_1}} = \sqrt{\frac{200}{2}} = 10 \text{ rad/s}$$

$$\text{Επομένως: } x = 0,05 \eta \mu \left( 10t + \frac{\pi}{2} \right) \text{ (SI)}$$

$$\Delta 3. \quad D = (m_1 + m_2) \omega'^2 \text{ (νέος ταλαντωτής ελατήριο - } \Sigma_1 + \Sigma_2 \text{)}$$

$$\omega' = \sqrt{\frac{D}{m_1 + m_2}} = \sqrt{\frac{200}{8}} \frac{\text{rad}}{\text{s}} = 5 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

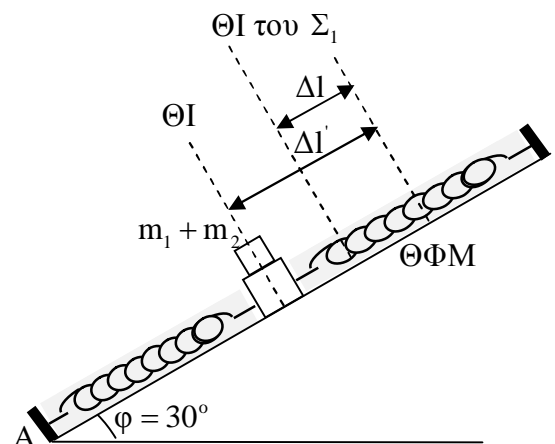
$$D_2 = m_2 \omega'^2 = 6 \cdot 5^2 \cdot \frac{\text{N}}{\text{m}} = 150 \frac{\text{N}}{\text{m}}$$

$\Delta 4.$  Στη νέα θέση ισορροπίας του συστήματος θα είναι :

$$\Sigma F = 0 \Leftrightarrow F''_{\varepsilon \lambda_1} + F''_{\varepsilon \lambda_2} = (m_1 + m_2) g \cdot \eta \mu \varphi$$

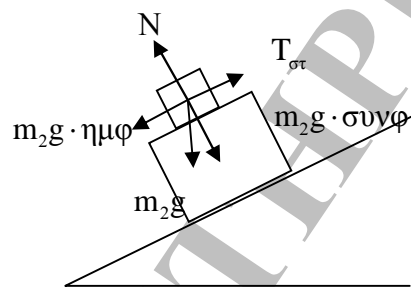
$$\Rightarrow K_1 \Delta \ell' + K_2 \Delta \ell' = (m_1 + m_2) g \cdot \eta \mu \varphi$$

$$\Rightarrow \Delta \ell' = \frac{(m_1 + m_2) g \cdot \eta \mu \varphi}{K_1 + K_2} = \frac{8 \cdot 10 \cdot \frac{1}{2}}{200} \text{ m} = 0,2 \text{ m}$$



Εφαρμόζουμε το 2<sup>ο</sup> νόμο του Νεύτωνα για το  $\Sigma_2$  :

$$\begin{aligned}\Sigma F_2 = -D_2 x &\Rightarrow -m_2 g \cdot \eta\mu\varphi + T_{\sigma\tau} = -D_2 x \\ \Rightarrow T_{\sigma\tau} &= -D_2 x + m_2 g \cdot \eta\mu\varphi\end{aligned}$$



Το σώμα  $\Sigma_2$  δεν ολισθαίνει όταν

$$T_{\sigma\tau} \leq T_{\omicron\lambda} \Rightarrow -D_2 x + m_2 g \cdot \eta\mu\varphi \leq \mu m_2 g \cdot \sigma\upsilon\nu\varphi$$

$$\Rightarrow \mu \geq \frac{-D_2 x + m_2 g \cdot \eta\mu\varphi}{m_2 g \cdot \sigma\upsilon\nu\varphi} = \frac{-150x + 30}{30\sqrt{3}}, \forall x \in [-0,2, +0,2]$$

Για  $x = -0,2\text{m}$  έπεται ότι

$$\mu \geq \frac{-150(-0,2) + 30}{30\sqrt{3}} = \frac{60}{30\sqrt{3}} = \frac{2}{\sqrt{3}} \quad \text{ή} \quad \frac{2\sqrt{3}}{3}$$

**Επιμέλεια: Βλαχόπουλος Άρης**

**Γκιώνη Βασιλική**

**Λεβέτας Στάθης**

**Παπαδόπουλος Δημήτρης**

**Τσάμης Μανώλης**