ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ Γ΄ ΤΑΞΗΣ ΗΜΕΡΗΣΙΟΥ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ ΚΑΙ ΕΠΑΛ (ΟΜΑΔΑ Β΄)
ΤΕΤΑΡΤΗ 20 ΜΑΪΟΥ 2015 – ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΑΙ ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗΣ ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

ΟΜΑΔΑ ΠΡΩΤΗ

ΘΕΜΑ Α

Α1. Βλέπε σχολικό βιβλίο σελ. 31.
Α2. Βλέπε σχολικό βιβλίο σελ. 22.
Α3. Βλέπε σχολικό βιβλίο σελ. 86 – 87.
Α4.
- **α)** Λάθος
- **β)** Σωστό
- **γ)** Λάθος
- **δ)** Λάθος
- **ε)** Σωστό

ΘΕΜΑ Β

Β1. Οι λύσεις της εξίσωσης είναι: $x=\frac{1}{3}$ ή $8x^2-6x+1=0$

$\Delta=36-32=4$

$$x_{1,2}=\frac{6\pm2}{16}\left\langle\begin{array}{l}\frac{1}{2}\\ \frac{1}{4}\end{array}\right.$$

Και $A\cap B\subseteq A\subseteq A\cup B$ οπότε

$$P(A\cap B)\le P(A)\le P(A\cup B)$$

Άρα: $P(A\cap B)=\frac{1}{4},P(A)=\frac{1}{3},P(A\cup B)=\frac{1}{2}$

Β2. $P(A'-B')=P(A')-P(A'\cap B')$

$=P(A')-P(A\cup B)'$

$=\frac{2}{3}-\frac{1}{2}=\frac{1}{6}$

$P(\Delta)=P(A\cap B)'=\frac{3}{4}$

Β3. $P(E)=P\left[(A-B)\cup(B-A)\right]=P(A)+P(B)-2P(A\cap B)$

$=P(A\cup B)-P(A\cap B)=\frac{1}{4}$

Β4.

Η εξίσωση $9x^2-3x-2=0$ έχει διακρίνουσα $\Delta=9+72=81$ ως λύσεις τις:

$$x_{1,2}=\frac{3\pm 9}{18}\left\langle\begin{array}{l}-\frac{1}{3}\\ \frac{2}{3}\end{array}\right.$$

Άρα $P(\Gamma)=\frac{2}{3}$ αφού $P(\Gamma)=\frac{-1}{3}$ αδύνατο.

Αν Β, Γ ασυμβίβαστα τότε:

$P(B\cup\Gamma)=P(B)+P(\Gamma)$

$=P(B)+\frac{2}{3}$

$=\frac{5}{12}+\frac{2}{3}=\frac{13}{12}>1$ άτοπο.

$P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)$

$\frac{1}{2}-\frac{1}{3}+\frac{1}{4}=P(B)$

$\frac{5}{12}=P(B)$

ΘΕΜΑ Γ

Γ1.

Κλάσεις	x_i%	f_i%
$[8,10)$	9	10
$[10,12)$	11	10
$[12,14)$	13	30
$[14,16)$	15	20
$[16,18)$	17	30

- $f_1\% = 10\%$
- $f_5\% = 30\%$
- $\alpha_3 = 360 \cdot f_3 \Leftrightarrow$

  $108 = 360 \cdot f_3 \Leftrightarrow$

  $f_3 = \dfrac{108}{360} = 0,3$
- $\bar{x} = \dfrac{\sum_1^5 x_i \nu_i}{\nu} = \sum_1^5 x_i f_i \Leftrightarrow$

  $14 = 0,9 + 11f_2 + 3,9 + 15f_4 + 5,1 \Leftrightarrow$

  $4,1 = 11f_2 + 15f_4 \ (1)$
- Ισχύει $f_2 + f_4 = 0,3 \ (2)$
- Από (1), (2) $\begin{cases} 11f_2 + 15f_4 = 4,1 \\ f_2 + f_4 = 0,3 \end{cases} \Leftrightarrow f_4 = 0,2$, άρα $f_2 = 0,1$

Γ2.

$$s^2 = \frac{\sum_1^5 \left(x_i - \bar{x}\right)^2 \nu_i}{\nu} = \sum_1^5 \left(x_i - \bar{x}\right)^2 f_i$$

$$s^2 = (9-14)^2 \cdot 0,1 + (11-14)^2 \cdot 0,1 + (13-14)^2 \cdot 0,3 + (15-14)^2 \cdot 0,2 + (17-14)^2 \cdot 0,3 =$$

$$= 2,5 + 0,9 + 0,3 + 0,2 + 2,7 = 6,6$$

Άρα $s = \sqrt{6,6} \simeq 2,57$

$CV = \frac{s}{\bar{x}} = \frac{2,57}{14} > 0,10$ άρα δεν είναι ομοιογενές το δείγμα

Γ3. $\sum_1^4 x_i v_i = 1780 \Leftrightarrow$ $\left(f_i = \frac{v_i}{v} \Leftrightarrow v_i = f_i v\right)$

$$x_1 \cdot f_1 \cdot v + x_2 \cdot f_2 \cdot v + x_3 \cdot f_3 \cdot v + x_4 \cdot f_4 \cdot v = 1780$$

$$9 \cdot 0,1v + 11 \cdot 0,1v + 13 \cdot 0,3v + 15 \cdot 0,2v = 1780$$

$$0,9v + 1,1v + 3,9v + 3v = 1780$$

$$8,9v = 1780$$
$$v = 200$$

Γ4. Η σχέση $\beta_i = \frac{\alpha_i - \bar{\alpha}}{S_\alpha} \Leftrightarrow \beta_i = \frac{1}{S_\alpha}\alpha_i - \frac{\bar{\alpha}}{S_\alpha}$ (γραμμική) οπότε από εφαρμογή ισχύει

$$\bar{\beta} = \frac{1}{S_\alpha}\bar{\alpha} - \frac{\bar{\alpha}}{S_\alpha} = 0$$

$$S_\beta = \frac{1}{S_\alpha} \cdot S_\alpha = 1$$

ΘΕΜΑ Δ

Δ1. Το $\mathrm{A\Delta B}$ ορθογώνιο τρίγωνο και η $\Delta\mathrm{B} = 2\rho = 10$ (διάμετρος)

άρα $\mathrm{A\Delta} = \sqrt{100 - x^2}$ $\quad 0 < x < 10 \quad$ $E = (AB)(A\Delta)$

και $E = f(x) = x\sqrt{100 - x^2}$

Δ2. Η $f(x)$ είναι παραγωγίσιμη με $f'(x) = \sqrt{100 - x^2} - \dfrac{2x^2}{2\sqrt{100 - x^2}} = \dfrac{100 - 2x^2}{\sqrt{100 - x^2}}$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x^2 = 50 \Leftrightarrow x = \begin{cases} 5\sqrt{2} \\ -5\sqrt{2} \text{ απορρίπτεται} \end{cases}$$

x	0	$5\sqrt{2}$	10
$f'(x)$	$+$	$-$	
$f(x)$	$\nearrow$	$\searrow$	

Άρα για $x = 5\sqrt{2}$ το εμβαδό γίνεται μέγιστο και τότε $AB = x = 5\sqrt{2}$ και $A\Delta = \sqrt{100 - 50} = \sqrt{50} = 5\sqrt{2}$ δηλαδή το ΑΒΓΔ τετράγωνο.

Δ3. $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{f(1+x) - \sqrt{99}}{98 \cdot x} = \lim\limits_{x \to 0} \dfrac{1}{98} \dfrac{f(1+x) - f(1)}{x} =$

$$= \frac{1}{98} \cdot f'(1) = \frac{1}{98} \cdot \frac{98}{\sqrt{99}} = \frac{1}{\sqrt{99}} = \frac{\sqrt{99}}{99} = \frac{\sqrt{11}}{33}$$

Δ4.

$$P(A-B) \le P(A) \overset{\text{f: γνησίως αύξουσα}}{\Rightarrow} f\left(P(A-B)\right) \le f\left(P(A)\right)$$

$$\Rightarrow P(A-B)\sqrt{100-P^2(A-B)} \le P(A)\sqrt{100-P^2(A)}$$

$$\Rightarrow \frac{P(A-B)}{\sqrt{100-P^2(A)}} \le \frac{P(A)}{\sqrt{100-P^2(A-B)}}$$

$$\overset{\text{f; γνωσίως αύξουσα}}{\Rightarrow} f\left(\frac{P(A-B)}{\sqrt{100-P^2(A)}}\right) \le f\left(\frac{P(A)}{\sqrt{100-P^2(A-B)}}\right)$$

$$\left(P(A-B), P(A), \frac{P(A-B)}{\sqrt{100-P^2(A)}}, \frac{P(A)}{\sqrt{100-P^2(A-B)}} \text{ ανήκουν στο διάστημα } \left(0, 5\sqrt{2}\right)\right)$$

Επιμέλεια: Κανακάκης Γιώργος
Μπαμπέ Αφροδίτη
Οικονομόπουλος Αναστάσιος
Πεφάνης Κωνσταντίνος
Ρούτης Κωνσταντίνος