

ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ

Γ΄ ΤΑΞΗΣ ΗΜΕΡΗΣΙΟΥ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ

ΤΕΤΑΡΤΗ 13 ΙΟΥΝΙΟΥ 2018 – ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ:

ΦΥΣΙΚΗ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ

ΘΕΜΑ Α

A1. γ

A2. δ

A3. α

A4. δ

A5.

α. Λάθος

β. Σωστό

γ. Λάθος

δ. Σωστό

ε. Λάθος

ΘΕΜΑ Β

B1. Σύμφωνα με το σχήμα,

$$d_2^2 = d_1^2 + d^2 = 4\lambda_1^2 + \frac{9}{4}\lambda_1^2 \Rightarrow d_2 = \frac{5}{2}\lambda_1.$$

Διπλασιάζοντας τη συχνότητα της ταλάντωσης και εφ' όσον η ταχύτητα διάδοσης των κυμάτων παραμένει σταθερή, ισχύει ότι

$$f_2 = 2f_1 \Rightarrow \frac{v}{\lambda_2} = 2\frac{v}{\lambda_1} \Rightarrow \lambda_2 = \frac{\lambda_1}{2}.$$

Το πλάτος ταλάντωσης του σημείου Σ ισούται λοιπόν με

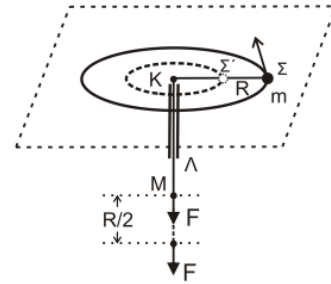
$$A_\Sigma = 2A \left| \sin\left(\pi \frac{d_1 - d_2}{\lambda}\right) \right| = 2A \left| \sin\left(\pi \frac{2\lambda_1 - \frac{5}{2}\lambda_1}{\lambda}\right) \right| = 2A |\sin(\pi)| \Rightarrow$$

$$\boxed{A_\Sigma = 2A.}$$

Σωστή απάντηση η (i).

B2. Η στροφορμή του σφαιριδίου διατηρείται γιατί η συνισταμένη των εξωτερικών ροπών σε αυτό ισούται με το μηδέν (παρατηρείστε ότι το βάρος είναι μόνιμα παράλληλο και η δύναμη F πάνω στον άξονα περιστροφής), άρα

$$L_{\alpha\rho\chi} = L_{\tau\epsilon\lambda} \Rightarrow mvR = mv' \frac{R}{2} \Rightarrow v' = 2v.$$



Εφαρμόζουμε το θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας, οπότε

$$K_{\tau\epsilon\lambda} - K_{\alpha\rho\chi} = W_F \Rightarrow \frac{1}{2}mv'^2 - \frac{1}{2}mv^2 = W_F \Rightarrow$$

$$W_F = \frac{1}{2}m(v'^2 - v^2) = \frac{1}{2}m(4v^2 - v^2) \Rightarrow W_F = \frac{3}{2}mv^2$$

και $v = \omega R$ άρα $W_F = \frac{3}{2}m\omega^2 R^2$

Σωστή απάντηση η (iii).

B3. Η παροχή στον σωλήνα παραμένει σταθερή, οπότε

$$A_\Gamma v_\Gamma = A_\Delta v_\Delta \Rightarrow 2A_\Delta v_\Gamma = A_\Delta v_\Delta \Rightarrow v_\Delta = 2v_\Gamma.$$

Το νερό εκτελεί οριζόντια βολή με αρχική ταχύτητα v_Δ από ύψος h , άρα το βεληνεκές ισούται με

$$x_{max} = v_\Delta t_{ολ} \Rightarrow 4h = 2v_\Gamma \sqrt{\frac{2h}{g}} \Rightarrow v_\Gamma^2 = 2gh.$$

Στην συνέχεια εφαρμόζουμε τον νόμο του Bernoulli για τα σημεία Γ και Δ στην αντίστοιχη φλέβα:

$$p_\Gamma + \frac{1}{2}\rho v_\Gamma^2 = p_\Delta + \frac{1}{2}\rho v_\Delta^2 + \rho gh \Rightarrow p_\Gamma - p_\Delta = \frac{1}{2}\rho(v_\Delta^2 - v_\Gamma^2) + \rho gh \Rightarrow$$

$$p_\Gamma - p_\Delta = \frac{1}{2}\rho(4v_\Gamma^2 - v_\Gamma^2) + \rho gh = \frac{3}{2}\rho v_\Gamma^2 + \rho \frac{v_\Gamma^2}{2} \Rightarrow$$

$$p_\Gamma - p_\Delta = 2\rho v_\Gamma^2.$$

Σωστή απάντηση η (i).

ΘΕΜΑ Γ

Γ1. Αρχικά υπολογίζουμε την ταχύτητα της m_1 στην θέση ισορροπίας,

$$v_1 = \omega_1 \Delta l_1 = \sqrt{\frac{k}{m_1}} \Delta l_1 = (5 \cdot 0.4) \frac{\text{m}}{\text{s}} \Rightarrow v_1 = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

Στην συνέχεια εφαρμόζουμε την διατήρηση της ορμής κατά την πλαστική κρούση,

$$p_{\text{πριν}} = p_{\text{μετά}} \Rightarrow m_1 v_1 = (m_1 + m_2) V \Rightarrow V = 1 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

Ο παρατηρητής απομακρύνεται από την πηγή, τόσο πριν όσο και μετά την κρούση, άρα αν $f_{\text{πριν}}$ και $f_{\text{μετά}}$ είναι οι αντίστοιχες συχνότητες που καταγράφει, τότε

$$\frac{f_{\text{πριν}}}{f_{\text{μετά}}} = \frac{\frac{v_{\eta\chi} - v_1}{v_{\eta\chi}} f_s}{\frac{v_{\eta\chi} - V}{v_{\eta\chi}} f_s} = \frac{v_{\eta\chi} - v_1}{v_{\eta\chi} - V} \Rightarrow \boxed{\frac{f_{\text{πριν}}}{f_{\text{μετά}}} = \frac{338}{339}}.$$

Γ2. Σε τυχαία θέση κατά την κίνηση του συσσωματώματος, στο σύστημα ασκούνται στον άξονα της κίνησης μόνον οι δυνάμεις από τα δύο ελατήρια, άρα

$$\sum F = F_{\varepsilon\lambda,1} + F_{\varepsilon\lambda,2} = -kx - kx \Rightarrow \boxed{\sum F = -2kx}.$$

Συνεπώς το συσσωμάτωμα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση με σταθερά επαναφοράς

$$D = 2k = 100 \frac{\text{Nt}}{\text{m}}$$

και γωνιακή συχνότητα

$$\omega = \sqrt{\frac{D}{m_1 + m_2}} = 5 \frac{\text{rad}}{\text{s}}.$$

Η νέα ταλάντωση εκκινεί από την θέση ισορροπίας και θέση φυσικού μήκους του ελατηρίου, άρα

$$V = \omega A' \Rightarrow A' = \frac{V}{\omega} \Rightarrow \boxed{A' = \frac{1}{5} \text{m} = 0.2\text{m}}.$$

- Γ3. Ο δέκτης καταγράφει συχνότητα ίση με την συχνότητα που εκπέμπει η πηγή κάθε φορά που μηδενίζεται η ταχύτητά του, δηλαδή σε ακραία θέση.

Για πρώτη φορά αυτό συμβαίνει σε χρόνο

$$t = \frac{T}{4} = \frac{2\pi}{4\omega} \Rightarrow t = \frac{\pi}{10} \text{ s.}$$

- Γ4. Ο ρυθμός μεταβολής της ορμής ισούται με την συνισταμένη δύναμη στο συσσωμάτωμα, άρα

$$\frac{dp}{dt} = \sum F = -Dx$$

και γίνεται μέγιστος στις ακραίες θέσεις, όπου $x = \pm A'$. Συνεπώς το μέγιστο μέτρο του ισούται με

$$\left| \frac{dp}{dt} \right|_{\max} = DA' \Rightarrow \left| \frac{dp}{dt} \right|_{\max} = 20 \text{ Nt.}$$

ΘΕΜΑ Δ

- Δ1. Η συνολική ροπή αδράνειας του συστήματος ράβδου – δίσκου ισούται με $I_{\rho-\delta} = I_{\rho} + I_{\delta}$, όπου I_{δ} η ροπή αδράνειας του δίσκου και I_{ρ} η ροπή αδράνειας της ράβδου.

Για την ράβδο και σύμφωνα με το θεώρημα Steiner,

$$I_{\rho} = I_{cm} + M \left(\frac{l}{2} \right)^2 = \frac{1}{12} Ml^2 + \frac{1}{4} Ml^2 = \frac{1}{3} Ml^2 = \left(\frac{1}{3} \cdot 8 \cdot 9 \right) \text{ Kg} \cdot \text{m}^2 = 24 \text{ Kg} \cdot \text{m}^2.$$

Για τον δίσκο,

$$I_{\delta} = \frac{1}{2} m_{\Delta} R_{\Delta}^2 = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot \left(\frac{\sqrt{2}}{2} \right)^2 \text{ Kg} \cdot \text{m}^2 = 1 \text{ Kg} \cdot \text{m}^2.$$

Συνεπώς,

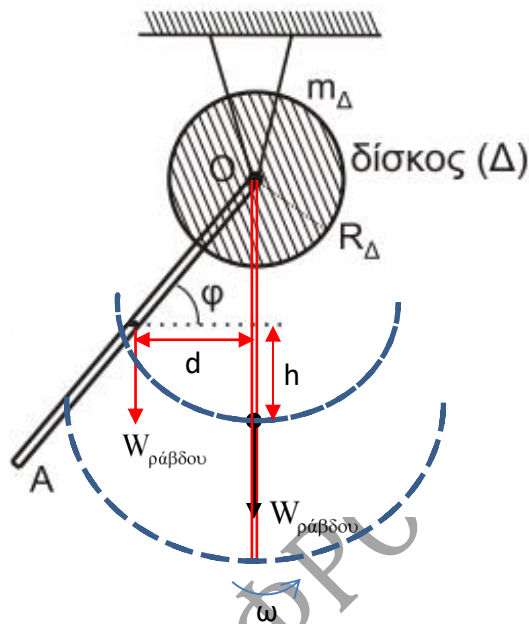
$$I_{\rho-\delta} = 25 \text{ Kg} \cdot \text{m}^2.$$

Δ2. Σύμφωνα με το παρακάτω σχήμα (βλ. Σχήμα 1),

$$\left| \frac{dL}{dt} \right| = \sum \tau = Mgd = Mg \frac{l}{2} \sin(\varphi) = 8 \cdot 10 \cdot \frac{3}{2} \cdot 0.6 \text{ Nt} \cdot \text{m} \Rightarrow$$

$$\boxed{\left| \frac{dL}{dt} \right| = 72 \text{ Nt} \cdot \text{m}.}$$

Σχήμα 1:



Δ3. Εφαρμόζουμε το θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας για την κίνηση του συστήματος (βλ. Σχήμα 1),

$$K_{\tau\epsilon\lambda} - K_{\alpha\rho\chi} = \sum W \Rightarrow K_{\tau\epsilon\lambda} - 0 = Mgh,$$

όπου

$$h = \frac{l}{2} - \frac{l}{2} \eta \mu(\varphi) = \frac{3}{2} (1 - 0.8) \text{ m} = 0.3 \text{ m}.$$

Άρα

$$K_{\tau\epsilon\lambda} = 8 \cdot 10 \cdot 0.3 \text{ J} \Rightarrow \boxed{K_{\tau\epsilon\lambda} = 24 \text{ J}}.$$

Δ4. Στην κύλιση χωρίς ολίσθηση του κυλίνδρου ισχύει ότι $a_{cm} = a_{\gamma,2}R$ (1).

Εφ' όσον το νήμα είναι αβαρές, μη εκτατό και δεν ολισθαίνει στις περιφέρειες των σωμάτων, η ταχύτητα στα σημεία Χ και Υ είναι σε κάθε χρονική στιγμή η ίδια κατά μέτρο, άρα

$$v_X = v_Y \Rightarrow 2v_{cm} = \omega R \Rightarrow 2 \frac{dv_{cm}}{dt} = \frac{d\omega}{dt} R$$

$$\Rightarrow 2a_{cm} = a_{\gamma,1}R \quad (2).$$

Βάσει των παραπάνω

$$a_{\gamma,1} = 2a_{\gamma,2} \quad (3).$$

Σύμφωνα με τον 2^ο νόμο του Νεύτωνα για την περιστροφή της τροχαλίας

$$\sum \tau = I_{\tau} a_{\gamma,1} \Rightarrow TR = I_{\tau} \frac{2a_{cm}}{R} \Rightarrow T = \frac{2I_{\tau}}{R^2} a_{cm} \quad (4).$$

Σύμφωνα με τους νόμους του Νεύτωνα για την σύνθετη κίνηση του κυλίνδρου,

$$\sum F_{cm} = ma_{cm} \Rightarrow mg\eta\mu(\varphi) - T - T_{\sigma\tau} = ma_{cm} \Rightarrow$$

$$T + T_{\sigma\tau} = 240 - 30a_{cm} \quad (5).$$

$$\sum \tau = I_{\kappa} a_{\gamma,2} \Rightarrow T_{\sigma\tau}R - TR = \frac{1}{2}mR^2 \frac{a_{cm}}{R} \Rightarrow$$

$$T_{\sigma\tau} - T = 15a_{cm} \quad (6).$$

Άρα

$$(5) - (6) \rightarrow 2T = 240 - 45a_{cm} \Rightarrow T = 120 - \frac{45}{2}a_{cm} \quad (7).$$

και από (4) και (7),

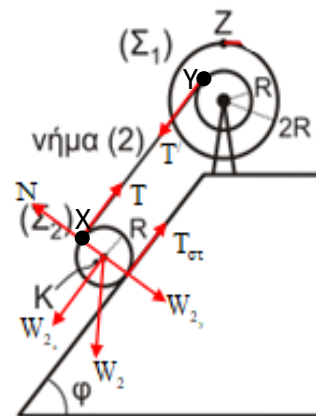
$$\frac{2 \cdot 1.95a_{cm}}{0.04} = 120 - \frac{45}{2}a_{cm} \Rightarrow \boxed{a_{cm} = 1 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}.$$

Το δεδομένο διάστημα ισούται με

$$S = \frac{1}{2}a_{cm}t^2 \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2S}{a_{cm}}} = 2\text{s}$$

Και η ζητούμενη ταχύτητα με

$$v_{cm} = a_{cm}t \Rightarrow v_{cm} = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$



Επιμέλεια: Βλαχόπουλος Άρης

Γκιώνης Βασιλική

Γουσόπουλος Δημήτρης

Λεβέτας Στάθης

Λιαγκριδώνης Τάκης